$$z_{A'} = \frac{i(4+i) + 10 - 2i}{4 + i - 2} = 4 - i = z_B$$

$$z_{B'} = \frac{i(4-i) + 10 - 2i}{4 - i - 2} = 4 + 3i$$

$$z_{C'} = \frac{i(-i) + 10 - 2i}{-i - 2} = -4 + 3i$$

b)$PA' = PB' = PC' = 2\sqrt{5}$

Donc A', B' et C' appartiennent au cercle (C') de centre P et de rayon $2\sqrt{5}$

c) On a : $z' = \frac{i(z-2) + 10}{z-2} = i + \frac{10}{z-2}$ donc: $z' - i = \frac{10}{z-2}$

et en prenant les modules : $|z' - i| = \frac{10}{|z-2|} = \frac{10}{\Omega M}$

d)Si $M \in (C)$ alors $\Omega M = \sqrt{5}$. D'après la question précédente :d'où :

$|z' - i| = \frac{10}{\Omega M} = 2\sqrt{5} = PM'$ donc $M' \in (C')$

e. Géométriquement la dernière relation signifie : $PM' = 2\sqrt{5}$ donc les points M'appartiennent au cercle(C')

Remarque : $M \in C \Rightarrow z = 2+\sqrt{5}e^{i\theta}$ avec $\theta \in [0 ; 2\pi[$. Après calcul on en déduit que $z' = i+2\sqrt{5}e^{-i\theta}$ avec $\theta \in [0 ; 2\pi[$.

En prenant les modules on trouve bien que $|z' - i| = 2\sqrt{5}$.

Conclusion : l'image du cercle (C) est donc le cercle(C').

Exercice 4

1)Si $k \neq 0$; $f_k(x) = x^k \sqrt{1-x}$ avec $x \in [0,1]$ et

$$f_0(x) = \sqrt{1-x}$$

* f est continue sur $[0,1]$: produit de deux fonctions continues

* f est dérivable sur $[0,1[$ et

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn